

熱伝導のはなし

2014.5.22

内容

熱伝導のはなし.....	1
★熱伝達の機構.....	1
★熱伝導：フーリエの法則・ニュートンの冷却則.....	1
◇熱伝導方程式・熱伝導度.....	1
◇定常的な熱伝導・熱伝達率・ニュートンの冷却則.....	2
◇熱伝導と燃焼.....	3
★熱輻射.....	4
◇キルヒホッフの法則と黒体輻射.....	4
◇黒体輻射と指向性.....	5
★対流と熱伝導そして沸騰・凝縮.....	5
問題.....	6

★熱伝達の機構

温度が不均一な状態にある物体は、時間とともに温度が均一になっていく。この温度が均一になっていく過程全般を熱伝達（伝熱）heat transfer と呼ぶ（これを広義の熱伝導とすることもある）。熱伝達では、「熱」に限らずエネルギー移動も視野に入れて取り扱われる。

熱伝達には種々の機構があるが大まかに、(1)物体内部・接触する物体間の温度の相違によるもの（熱伝導 heat conduction。伝導伝熱 conductive heat transfer）、(2)物質の移動によるもの（対流伝熱 convective heat transfer）、(3)電磁波の輻射によるもの（輻射伝熱 radiative heat transfer）に大別できる。通常熱伝導と言うと、(1)の伝導伝熱を指す。

物質の拡散（物質輸送）と比較すると、熱伝達はエネルギーの拡散とも考えられる。同じく“拡散”でも、熱伝導では電子や分子振動エネルギーの移動など多様な機構が働き、一般に液体より固体の方が熱を伝えやすい。対流伝熱では熱とエネルギーの弁別が特にあいまいになるが、通常あまり考慮に入れない。また熱伝達で特徴的なのは輻射伝熱が存在することで、物質を介在させることなく熱伝達が起きる。一般に輻射伝熱は室温付近ではあまり大きな寄与がないが、温度を上げると急速にその重要度を増す。

★熱伝導：フーリエの法則・ニュートンの冷却則

◇熱伝導方程式・熱伝導度

熱伝導の大きさは物質の拡散同様、単位時間・単位面積当たりの熱量の流れ（熱流束。次元としては[エネルギー]/([時間][面積]) = [仕事率]/[面積]。SI の単位では W m^{-2}) で表され、温度勾配に比例することが知られている（フーリエの法則）。その比例係数 k を熱伝導度 thermal conductivity と呼ぶ。

$$J = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

熱伝導度は[仕事率]/([長さ][温度])の次元を持つ。熱伝導は一般に温度の変化をとめない、温度が物体中を伝わっているように見ることでもできる。こうした立場からは、単位体積あたりの熱容量を C^* として温度の変化に注目してみると、次の偏微分方程式が成立する（熱伝導方

程式) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{C^*} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

ここで $\alpha = k/C^*$ は拡散係数同様[面積]/[時間]の次元を持ち、熱拡散係数(thermal diffusivity)* あるいは温度伝導度と呼ばれる。

表. 典型的な物質の熱伝導度 k と熱拡散係数 α (25 °C、1 atm。氷は 0 °C。)

	$k / \text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	$\alpha / \text{mm}^2 \text{s}^{-1}$		$k / \text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	$\alpha / \text{mm}^2 \text{s}^{-1}$
空気	0.026	22	アルミニウム	237	97
ヘリウム	0.149	176	18-8 ステンレス	16	4.1
グリセリン	0.287	0.092	鉄	80	23
トルエン	0.133	0.090	銅	398	117
水	0.610	0.147	氷	2.2	1.2

気体の熱伝導度は分子の平均自由行程を λ 、平均速度を v 、単位体積当たりの比熱を C^* とすると $\lambda v C^*$ で評価できる。平均自由行程は密度に反比例し、体積当たりの比熱 C^* は密度に比例するので、気体の熱伝導度はほとんど圧力に依存しない。デュワー瓶(魔法瓶)では高真空状態 (~mPa) が保たれており、瓶にひびが入ったりすると断熱性は極端に低下する †。

気体の熱拡散係数は λv で評価され、拡散係数と同程度になることが予想され、実際そうになっている。しかし液体や固体中の熱伝導における「平均自由行程」は、分子が移動する距離ではなく、エネルギーが移動する距離に相当し、液体・固体における熱拡散係数は物質の拡散係数より桁違いに大きくなり、一般に固体中の方が液体中より熱伝導は大きい。特に金属では電子が熱の輸送の多くを担ってさらに大きな熱拡散係数を示し、電気伝導度 σ と熱伝導度 k の間に比例関係が成立することが知られている。(ヴィーデマン-フランツ Wiedeman-Franz の法則 (ローレンツ Lorenz の名前を加えて呼ぶこともある))。

$$k/(\sigma T) = 2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega \text{ K}^{-2}$$

たとえば銅だと室温付近で電気伝導度が $6 \times 10^7 \text{ S/m}$ 、熱伝導度が $400 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ でこの式の関係がおおよそ満たされる。一般に金属では電気を通しにくいものほど熱伝導度も小さく、ステンレスの熱伝導率は銅の数十分の 1 ぐらいになる。

◇定常的な熱伝導・熱伝達率・ニュートンの冷却則

基礎となる方程式が同形なので、物体の温度分布の変化について、先に物質の拡散についてみたのと同様の挙動が現れる。ここでは實際上重要な、多層からなる物体の 1 次元的な熱伝導を考えてみよう。

温度 T_X 、 T_Y に保たれた面の間に、厚み L_A 熱伝導度 k_A の層 A と厚み L_B 熱伝導度 k_B の層 B

* 現象としての熱拡散は、ソーレー-Soret 効果など、温度差によって濃度差が生まれる現象を指すので混同しないように注意する。

† 高真空状態では、分子の平均自由行程が目にする長さスケール程度になってフーリエの法則が成り立たなくなり、最終的には熱輻射の影響が残る。

が挟まれた状態を考え、定常状態にあるとしよう。この時熱流束 J について次の関係が成立する：

$$J = -k_A \frac{T - T_X}{L_A} = -k_B \frac{T_Y - T}{L_B}$$

ここで T は層 A と層 B の境界面の温度である。熱流束は $h = k/L$ とすると次式で表わされる：

$$J = -\frac{h_A h_B}{h_A + h_B} (T_Y - T_X) = -h^* (T_Y - T_X)$$

ここで導入した h は熱伝達率あるいは熱通過率 (heat-transfer coefficient) と呼ばれる。特にビーカーを氷水中で冷却する場合のように周りに対流が存在すると、表面近傍での温度分布を詳細に決定することは困難で、実際の系で熱流束を評価する上で熱伝達率は重要なパラメータである。熱伝達率は[仕事率]/([面積][温度])の次元を持ち、電気回路におけるコンダクタンス (電気抵抗の逆数) のような役割を果たす。先の例は、 $1/h_A$ と $1/h_B$ の抵抗を直列につないだ回路で、 $1/h^*$ は合成抵抗に相当している。およその目安として、空気中で自然対流で冷却される際の熱伝達率は $5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ 、風を送って冷却する際は $50 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ であり、水中ではおよそこの 100 倍程度になる。

熱伝達率はまだ実際の物体の局所構造を考えているが、さらに単純化して、たとえば室温 T_Y の下で、ビーカーの中の温度 T_X の湯が冷めていく速さに関心があれば、ビーカーの表面各部の面積と熱伝達率で決まる定数 b を用いて、水から単位時間に失われる熱量 Q について

$$Q = b (T - T_Y)$$

といった関係が成り立つ。ビーカーの水の熱容量を C とすれば、水の温度の時間変化と Q は $Q = -C dT/dt$ の関係にあるから、次の関係が成り立つ：

$$\frac{dT}{dt} = -(T - T_Y)/\tau$$

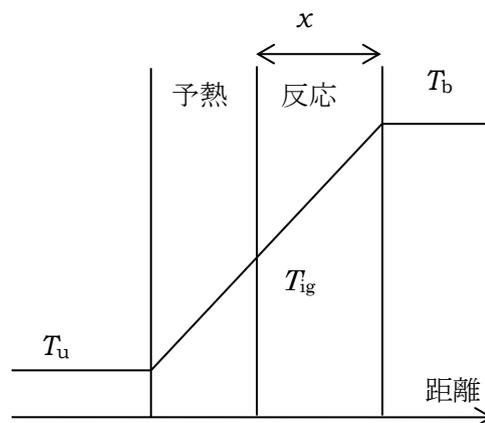
ここで $\tau = C/b$ で冷却の際の緩和時間に相当し、ここから次の関係を得る：

$$T = T_Y + (T_X - T_Y) \exp(-t/\tau)$$

冷却速度に関するこうした関係をニュートンの冷却則 Newton's law of cooling と呼ぶ*。

◇熱伝導と燃焼

化学反応に熱伝導が重要な役割を果たす例として、気体の燃焼を考えよう。混合ガスの層流状態での燃焼速度は、燃焼の起きている領域 (反応帯) の移動速度 S で評価される。燃焼に当たっては、温度 T_u の未燃焼ガスを発火温度 T_{ig} まで加熱する必要があり、加熱に必要な熱は熱伝導によって燃焼ガスから与えられる。未燃焼ガスの単位体積当たりの定圧熱容量を C^* 、燃焼ガスの熱伝導度を k 、燃焼領域の幅を x 、最終的に生成する燃焼ガスの温度を T_b とすると、次式で燃焼速度は推定できる (マラー-ルシャトリエ



* そもそもは温度目盛の決定法に関わって案出された法則であった。

Mallard-Le Chatelier の式) :

$$S = \frac{k}{C^*} \frac{T_b - T_{ig}}{T_{ig} - T_u} \frac{1}{x}$$

マラーレ-ルシャトリエの式は現象論的な式ではあるが、燃焼に関わる種々の挙動を定性的に説明できる。たとえば空気中の窒素をアルゴンに置き換えて熱容量を小さくすると燃焼速度は速くなり、ヘリウムだと熱伝導度が高くなってさらに燃焼速度は大きくなる。

★熱輻射

◇キルヒホッフの法則と黒体輻射

物体が電磁波の形で放射・吸収するエネルギーの収支には、自発的に放射する電磁波 J_H によるもの(熱輻射)の他に、外部からの電磁波の吸収 J_A ・透過 J_T ・反射 J_R の寄与があり、入射してくる電磁波のエネルギーを $J_I (= J_A + J_T + J_R)$ とすると次のような関係が成り立つ(キルヒホッフの法則)。

$$\frac{J_H}{J_E} + \frac{J_T + J_R}{J_I} = 1$$

つまり放射率 (J_H/J_E) は吸収率 (J_A/J_I) に等しい(電磁波を吸収するものは輻射も大きい) :

$$\frac{J_H}{J_E} = \frac{J_A}{J_I}$$

ここで J_E は物体の最大熱放射能(黒体輻射)で、物体の性質によらず温度で決まり、温度の4乗に比例する(ステファン-ボルツマンの法則)。

$$J_E = \sigma T^4$$

ここで $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ をステファン-ボルツマン定数と呼ぶ。もし2枚の温度 T_A と T_B の黒体の板を向かい合っておき、温度差があまり大きくなければAからBに

$$J = \sigma(T_A^4 - T_B^4) \approx 4\sigma T_m^3 (T_A - T_B)$$

の熱流束が生じる。ここで T_m はAとBの平均温度($T_A + T_B$)/2で、 $4\sigma T_m^3$ を実効輻射熱伝達率と呼ぶ。

黒体の輻射エネルギーのスペクトルはプランクの法則で表わされ、極大波長は温度に反比例する(ウィーンの変位則)。

$$\lambda_{\max} T = 2.90 \text{ mm K}$$

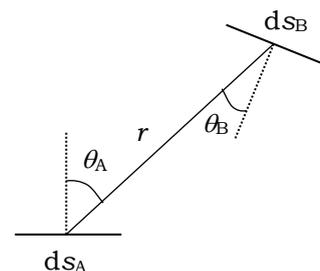
太陽光の極大波長はおよそ 500 nm 付近なので、太陽の表面温度はおよそ 6000 K ということになる。熱伝導に占める熱輻射の寄与は温度を上げるに従って急速に増大し、ピーカーをセラミック金網上で加熱するような場合、セラミックの温度が 300 °C 程度以上になると熱輻射の寄与が支配的になる。

放射温度計は熱輻射を利用して非接触で温度を測る温度計である。室温付近から数百°Cの温度範囲で輻射エネルギーは遠赤外線・赤外線領域にあり、一見白い物体でも黒体同様の挙動を示すことが多い。ただし多くの金属は赤外線領域でも放射率が低く、放射温度計で温度を測る時には工夫が必要になる。

◇黒体輻射と指向性

距離 r 離れた温度 T_A の黒体 A と温度 T_B の黒体 B 上の微小な面積 ds_A と ds_B 間の輻射熱のやり取りを考えよう。A から B への輻射熱 q_{AB} は等方的に起きて次の関係が成り立つ：

$$q_{AB} = \sigma T_A^4 \frac{\cos \theta_A \cos \theta_B}{\pi r^2} ds_A ds_B$$



B から A への輻射熱 q_{BA} も同様に与えられ、熱平衡では $T_A = T_B$ が成り立つ。A から B への間の熱流 Q_{AB} は q_{AB} を B の微小面積に ds_B について積分して

$$Q_{AB} = s_A \sigma (T_A^4 - T_B^4) F_{AB}$$

の形にかける。ここで F_{AB} は形態係数 (geometrical factor, angle factor, shape factor, ...) と呼ばれ、 $F_{AB} s_A = F_{BA} s_B$ という関係が成り立つ。

★対流と熱交換そして沸騰・凝縮

物質の拡散の場合同様、液体中では乱流によって温度の均一化が急速に進む。特に熱伝導の場合には熱拡散係数が拡散係数より桁違いに大きいので、液体中の温度のミクロな均一化は物質の混合より速く起き、多くの場合液体が接触している固体等との界面での熱伝導が重要な問題となる。対流が存在する場合、固体と流体の界面のごく近傍で、流体の速度・温度分布は急激に変化する。この境界層の厚みは一般に粘性の高い液体ほど厚く、熱伝導も悪くなる。したがって液体の冷却・加熱には攪拌が重要になる。

化学実験においては、冷却水を流して蒸気を冷却・凝縮させる操作が登場する。このような2つの流体の流れの間の熱伝導は熱交換の一種で、エアコンなどでも非常に重要な位置を占める。こうした熱交換の場合には流れを対向するように組み合わせるのが原則で、リービヒの冷却管あるいはジムロート冷却器の冷却水は、蒸気の流れと反対方向に流すのがよい。

液体の蒸発・凝縮では多くの熱が奪われ、効率のよい熱伝導が実現する。熱伝達率は水の沸騰では $10^4 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ 程度、凝縮では $10^4 \sim 10^5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ 程度と、蒸発・凝縮のない場合の 10 倍以上になり得る。しかし液体の沸騰では蒸気膜の生成によって熱伝達率は単純でないふるまいをし、器壁温度 T_w と液体の温度 T の温度差に対し、熱伝達率 (あるいはこれに温度差をかけた伝熱量、蒸気発生量) は図のような挙動を示す。

水の場合、液体と水蒸気で熱伝導度は 30 倍ぐらい違う。器壁と沸騰する湯の間に水蒸気の膜ができると、対流が妨げられる上、熱伝導はきわめて悪くなる。これに関わってライデンフロスト現象など種々の興味ある現象が知られ、また実用的にはボイラーの制御、鉄の焼入れなどで重要な因子となる。

液体の沸騰のように非単調な挙動は現れないが、蒸気の凝縮でも液滴の生成条件によって熱伝達率は大きく変化する。冷却管の器壁の処理などに関わって、さまざまな経験的手法が今も生きている。

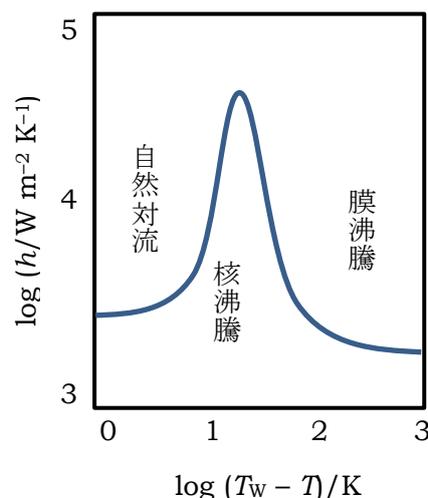


図. 典型的な水の沸騰曲線

問題

学生番号 _____

氏名 _____

☆大きな黒体の板 A と B を平行に対向させて置き、A の温度を 420 K と B の温度を 380 K に保った。

(1) A から B に 1 m^2 あたり 1 s 間に輻射熱で何 J の熱が移動することになるか。ステファン-ボルツマン定数 σ を $6 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ とする。

(2) A と B を 420 K と 380 K に保ったまま、黒体の板をもう 1 枚 A と B の間に平行に挿入したとする。この時、定常状態において A から B に 1 m^2 あたり 1 s 間に輻射熱で何 J 移動することになるか。